*

Korrespondanseteorien om sannhet.

*

Morten Rognes

1993

*

Korrespodanseteorien om sannhet

§0

Er korrespondanseteorien om sannhet i en eller annen forstand en holdbar teori om sannhet, eller er det slik at man bør avvise denne teori? Det er dette spørsmål vi først og fremst er interessert i å diskutere i dette notatet. Dette spørsmål kan naturligvis ikke behandles på noen særlig utbytterik måte hvis man ikke klargjør hva det er man mener med uttrykket "korrespondanseteorien om sannhet". I det følgende vil vi med korrespondanseteorien om sannhet forstå den følgende tese:

> (KS1) En setning S i et språk L er sann hvis og bare hvis det finnes et faktisk eksisterende saksforhold som setningen S i L stemmer overens med.[1]

Det virker ikke søkt å si at det er formuleringer av denne type eller nær beslektet art som ofte presenteres når man ønsker å forklare hva korrespondanseteorien om sannhet er. Imidlertid foreligger det i denne formuleringen en rekke mer eller mindre uklare uttrykk hvis betydning må klargjøres eller defineres før tesen får et mer presist innhold. For det første har vi uttrykket "x er et språk" som på ingen måte er lett å gi noen generell definisjon av. For det andre har vi de følgende uklare konstruksjoner, nemlig "x er et saksforhold" og konstruksjonen "setningen S i språket L stemmer overens med x". Nettopp fordi det er så vanskelig å gi en generell definisjon av uttrykket "språk" skal vi her begrense oss til første ordens språk. Vi vil derfor i stedet for å betrakte (KS1) betrakte denne mer begrensede tese:

> (KS2) Er L et intepretert førsteordens språk og v en verditilordning for variabeltegnene i L gjelder det at en setning S i språket L er sann relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis det finnes et faktisk eksisterende saksforhold som setningen S i L stemmer overens med relativt til v.

Nedenfor skal vi gi presise definisjoner av de følgende nøkkeluttrykk i KS2, nemlig "L er et intepretert første-ordens språk", "v er en verditilordning for første-ordens språket L", "x er et faktisk eksisterende saksforhold" og " S er en setning i L som stemmer overens med x relativt til verditilordningen v" slik at KS2 får et presist mengdeteoretisk innhold, dvs. kan transformeres til en setning i det vanlige språk for mengdelære utvidet med predikatet "S er en setning i språket L som er sann relativt til verditilordningen v". Vi skal så vise at gitt disse definisjonene er KS2 i det vesentlige ekvivalent med en teori om sannhet som vi her skal kalle Tarskis teori om sannhet.

§1

---

[1] Det finnes en lang rekke andre formuleringer som man også kunne omtale i forbindelse med korrespondanseteorien om sannhet. Man kunne f.eks. nevne:
(KS1.1) Et utsagn er sant hvis og bare hvis det stemmer overens med virkeligheten
(KS1.2) En setning er sann i et språk L hvis og bare hvis setningen i L uttrykker et utsagn som stemmer overens med virkeligheten
(KS1.3) Et utsagn er sant hvis og bare hvis det stemmer overens med faktiske forhold
(KS1.4) Et utsagn er sant hvis og bare hvis det utsagnet sier er tilfelle faktisk er tilfelle
Vi begrenser oss her til å kommentere (KS1). De tesene som er nevnt rett ovenfor trenger separat vurdering.

La oss nå mer nøyaktig fiksere den rammen vi vil arbeide innenfor. Dette er det vanlige systemet for Zermelo- Fraenkel mengdelære slik det er fremlagt i f.eks. Takeuti [1]. Vi forutsetter i det følgende definisjonene som er gitt nedenfor av predikat-konstruksjonene "x er en første-ordens språkstruktur" og " x er et intepretert første-ordens språk".

Definisjon 1 I det følgende vil vi med en første-ordens språkstruktur forstå et tuple <Var,Exp,&,¬,A,≈,(P:n)nêN,F> som oppfyller de følgende krav:

(i) Exp er en ikke tom mengde.
(ii) Var er en funksjon fra N inn i Exp som er en-entydig.
(iii) & er en en-entydig funksjon fra Exp^2 inn i Exp
(iv) ¬ er en en-entydig funksjon fra Exp inn i Exp
(v) A er en en-entydig funksjon fra Rgn(Var)XExp inn i Exp
(vi) ≈ er en en-entydig funksjon fra Rgn(Var)^2 inn i Exp
(vii) Er nêN er P;n en klasse av funksjoner hvor hver funksjon fêP;n avbilder en-entydig Rgn(Var)^n inn i Exp
(viii) Verdiområdene til &,¬,A,Var,≈ samt de diverse funksjonene i P;n for hvert nêN er innbyrdes disjunkte.
(ix) F er den minste mengden X Inkl Exp som oppfyller de følgende krav:
(a) Er x;1,...x;n êRgn(Var) & fêP;n for noe nêN så er f(x;1,...,x;n)êX
(b) Er a,b êX og yêRgn(Var) så er &(a,b),¬(a) og A(y,a) êX.

Dette avslutter definisjonen.

Er *L*= <Var,Exp,&,¬,A,≈,(P:n)nêN,F> en første-ordens språkstruktur kaller vi Rgn(Var) for klassen av variabeltegn i *L*.

Definisjon 2 Med et intepretert første-ordens språk mener vi et ordnet par <*L*,Ekst,D> hvor *L* er en første-ordens språkstruktur og Ekst en funksjon som tilordner hvert predikat pêP;n en n-ær relasjon over D. Er n=1 er det underforstått at Ekst(p) er en delmengde av D. Ext tilordner ≈ identitetsrelasjonen begrenset til D

Definisjon 3 Med en verditilordning over et intepretert første-ordens språk L= <*L*,Ekst,D> forstår vi en funksjon hvor domenet til funksjonen er klassen av variabeltegnene i *L*.

§2

Vi skal nå se på visse definisjoner av de nøkkelbegreper som forekommer i tesen (KS2) som ble nevnt ovenfor.

Med et mulig elementært saksforhold over en mengde D vil vi forstå et hvilket som helst n+1-tuple av objekter <a;1,...,a;n,x> hvor x er en n-ær relasjon over D og a;1,...,a;n er elementer i D. Er n=1 skal x være en mengde. Klassen av alle elementære saksforhold over D betegner vi med E(D)

Med et mulig saksforhold over mengden D vil vi forstå et ordnet par <X,Y> der XUY=E(D) og Sn(X,Y)=ø og X,YêPt(E(D)) , mao. er X og Y to disjunkte mengder av elementære saksforhold over D som sammen uttømmer mengden av elementære saksforhold over D

Med et faktisk eksisterende saksforhold over D vil vi nå forstå et saksforhold over D hvor vi har at <a;1,...,a;n>êx for ethvert <a;1,....,a;n,x> som er et elementært saksforhold som er med i den første komponenten i saksforholdet og hvor vi har at ¬(<a;1,...,a;n>êx) for ethvert <a;1,....,a;n,x> som er et elementært saksforhold som er med i den andre komponenten i saksforholdet.

Man bør notere delvis likhetene og delvis også forskjellen mellom det som her kalles mulig saksforhold og det som Carnap kaller tilstandsbeskrivelser.

Vi sier at x er et faktisk eksisterende saksforhold hvis og bare hvis det finnes en ikke-tom mengde D og x er et faktisk eksisterende saksforhold over D.

Vi bemerker at den følgende sats holder:

Lemma 1 (a) Er x,y faktisk eksisterende saksforhold over mengden D har vi at x=y. Mao. er det slik at det i høyden kan finnes ett faktisk eksisterende saksforhold over en mengde D.
(b) Er D en ikke-tom mengde finnes det et faktisk eksisterende saksforhold over D

Det gjenstår å gi en definisjon av konstruksjonen "setningen S i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v". Den definisjonen av dette uttrykket som vi skal betrakte er den følgende, som er en induktiv definisjon på lengden av setninger S som inngår i det intepreterte første-ordens språk <L,Ekst,D>:

(i) Er F=G(x;1,...,x;n) en atomær setning i L har vi at setningen S i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis x er et mulige saksforhold over D og <v(x;1),...,v(x;n),Ekst;(G)> er med i den første komponenten i x
(ii) Er F=¬G, der G er en setning i L, har vi at setningen F i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis x er et mulige saksforhold over D og det ikke er slik at setningen G i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v
(iii) Er F=G;1&G;2, hvor G;1 og G;2 er setninger i L har vi at setningen F i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis det både er slik at setningen G;1 i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v og slik at setningen G;2 i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v
(iv) Er F=(Ay)G, hvor G er en setning i L, har vi at setningen F i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis vi har for alle aêD at setningen G i L stemmer overens med x relativt til verditilordningen v(y/a). Dette avslutter definisjonen

Vi gjør oppmerksom på at hvis v er en verditilordning så er v(y/a) verditilordningen som er som v bortsett fra at v(y/a) tilordner variabeltegnet y verdien a.

Lemma 2. Er L=<*L*,D, Ekst> et intepretert første-ordens språk har vi for alle formler F i L at hvis F stemmer overens med x i L relativt til verditilordningen v så er x et mulig saksforhold over D

Denne hjelpesetningen bevises ved et enkelt induksjonsbevis på lengden av formler i L og overlates til leseren.

Vi har nå eksplisert nøkkelordene i KS2 slik at tesen har fått et mer presist innhold. Spørsmålet er imidlertid om de definisjonene vi har supplementert formuleringene KS2 med på noen måte er dekkende eller i overenstemmelse med det man mer tradisjonelt har lagt i slike uttrykk som "saksforhold", "faktisk eksisterende saksforhold", "i overenstemmelse med faktiske forhold" eller lignende. Hvis dette ikke er tilfelle synes det ikke spesielt rimelig å si at teorien bestående av KS2 og de definisjonene vi har gitt er noen plausibel reformulering av det som vanligvis har blitt kalt for korrespondanseteorien om sannhet. Nå kunne man hevde at de nevnte uttrykk ofte i vanlig tale brukes uten noen spesielt klar betydning, at de brukes på en grumsete og uklar måte, og at det i noen grad kan være tvilsomt om de personer som bruker disse uttrykk overhodet har noen klare forestillinger om hva de snakker om når de bruker dem. Det virker som om en god del kan sies til fordel for denne påstand. I så tilfelle kan det synes som om man har en ikke ubetydelig grad av frihet når man søker å gi eksplikasjoner av dem og at man i så fall bør foretrekke eksplikasjoner som gjør tesen KS2 så fornuftige som mulig og gjør at tesen passer så godt som mulig sammen med andre synspunkter som man har på sannhet. I tillegg bør de definisjoner man presenterer av disse nøkkeluttrykk være forenelige med tross alt noen av de påstander om saksforhold som til-synelatende aksepteres av dem som er tilhengere av denne type entiteter. I denne forbindelse synes det å være rimelig å nevne de følgende krav (a) For det første synes det rimelig å kreve at saksforhold, hva enten de er mulige eller faktisk realisert er extraspråkelige entiteter. (b) For det andre synes det rimelig å kreve at to logisk ekvivalente setninger bør stemme overens med de samme saksforhold. (c) Det tredje kravet er at det bør være en viss strukturell likhet mellom atomære setninger og de saksforhold som beskrives av slike setninger. La oss nå se på i hvilken grad disse definisjonene oppfyller disse kravene.

Vi nevner først at den følgende sats holder:

> **Teorem 1** Gitt at KS2 holder og gitt definisjonene nevnt ovenfor, har man at de følgende teser holder om L er et intepretert første ordens språk og v en verdiyilordning over L:
> (T1) Er F=G(x;1,..,x;n) en atomær setning i L har vi at F er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis <v(x;1),...,v(x;n)>ê Ekst(G)
> (T2) Er G en setning i L har vi at ¬G er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis det ikke er slik at G er sann i L relativt til verditilordningen v
> (T3) Er G;1,G;2 to setninger i L har vi at G;1&G;2 er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis G;1 er sann i L relativt til v og G;2 er sann i L relativt til v
> (T4) Er F=(Ax)G en formel i L har vi at F er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis det gjelder for alle aêD at G er sann i L relativt til verditilordningen v(x/a)

De teser som er nevnt i konsekventen i denne satsen synes nettopp å utgjøre kjernen i det som er Tarskis sannhetsteori. Man ser derfor at korrespondanseteorien om sannhet i den form vi har gitt den sammen med de definisjoner vi har gitt i det vesentlige impliserer Tarskis sannhetsteori.

Det kan synes overflødig å gi noe bevis for Teorem 1 siden satsen er av en temmelig enkel og triviel karakter. Men for ordens skyld skyter vi likevel inn et bevis her. Det skulle være meget enkelt for lesere som ikke er interessert i bevis-detaljene å rette blikket mot det som kommer etter beviset.

Bevis for Teorem 1: Ad (T1). Anta F=G(x;1,...,x;n) er en atomær setning i L. Anta F er sann i L relativt til verditilordningen v. Fra dette og KS2 følger at det finnes noe z slik at (1) z er et faktisk eksisterende saksforhold og (2) setningen F i L stemmer overens med z relativt til v. Fra (2) har vi at z er et mulig saksforhold over D og at <v(x;1),...,v(x;n),Ekst(G)>êX der X er den første komponenten i z. Men fra (1) og dette følger i lys av definisjonen av uttrykket "faktisk eksisterende saksforhold" at <v(x;1),...,v(x;n)>êEkst(G). Dette viser at kondisjonalen mot høyre i (T1) holder. Anta på den annen side at <v(x;1),...,v(x;n)>êEkst(G). La X være mengden av alle saksforhold <a;1,...,a;n,x> der xêPt(D) & <a;1,...,a;n>êx og la Y være komplementen til X med hensyn på E(D). Sett z= <X,Y>. Da er z et faktisk eksisterende saksforhold hvor man har at <v(x;1),...,v(x;n),Ekst(G)> er med i den første komponenten i z. z vil også selvfølgelig være et mulig saksforhold over D. Fra disse ting følger at setningen F i L stemmer overens med z relativt til v. Men dette og KS2 innebærer at F er sann i L relativt til verditilordningen v. Dette viser at kondisjonalen mot venstre i (T1) holder.
Ad (T2) Anta F=¬G der G er en setning i L. Anta ¬G er sann i L relativt til verditilordningen L. I lys av KS2 finnes det da et faktisk eksisterende saksforhold z slik at setningen ¬G i L stemmer overens med z relativt til v. Dette innebærer i sin tur at (1) z er et mulige saksforhold over D og (2) at det ikke er slik at setningen G i L stemmer overens med z relativt til verditilordningen v. Anta nå for reduktio at G er sann i L relativt til v. Da finnes det y slik at (3) y er et faktisk eksisterende saksforhold og (4) setningen G i L stemmer overens med y relativt til v. Ved hjelp av Lemma 2 følger også at (5) y er et mulig saksforhold over D. Fra (1), (3) og (5), samt det forhold at z er et faktisk eksisterende saksforhold følger i lys av den definisjon vi har gitt tidligere av "faktisk eksisterende saksforhold " at y=z. Dette (2) og (4) gir oss åpenbart en motsigelse. Vi har derfor at det ikke er slik at G er sann i L relativt til verditilordningen v. Dette viser at kondisjonalen mot høyre i (T2) holder. La oss nå gi et bevis for kondisjonalen mot venstre: Anta (6) at G ikke er sann i L relativt til verditilordningen v. Da følger i lys av KS2 at (7) for alle faktisk eksisterende saksforhold z er det slik at setningen G i L ikke stemmer overens med z relativt til verditilordningen v. La s;0 være det entydig bestemte faktisk eksisterende saksforhold over D. I lys av (7) har vi da selvfølgelig at setningen G i L ikke stemmer overens med s;0. Men siden s;0 er et mulig saksforhold over mengden D følger det i så fall at setningen ¬G i L stemmer overens med s;0. Siden s;0 som nevnt er et faktisk eksisterende saksforhold følger det at i lys av KS2 at ¬G er en setning i L som er sann relativt til verditilordningen v. Dette viser at kondisjonalen mot venstre i (T2) holder.
Ad (T3) Anta G;1,G;2 er to setninger i L og at har vi at G;1&G;2 er sann i L relativt til verditilordningen v. I lys av KS2 følger da at det finnes et faktisk eksisterende saksforhold z der vi har at G;1&G;2 i L stemmer overens med z relativt til verditilordningen v. Fra dette og definisjonen som tidligere ble gitt av "overenstemmelse" følger G;1, såvel som G;2, stemmer overens med z relativt til verditilordningen v. Fra KS2 og det forhold at z er et faktisk eksisterende saksforhold følger i lys av KS2 at G;1, såvel som G;2 , er formler i L som er sanne relativt til v. Dette viser at kondisjonalen mot høyre i (T3) holder. Anta på den annen side at (1) G;1 i L sann relativt til v og dessuten at (2) G;2 i L er sann relativt til v. Fra (1) og (2) følger at det finnes z;1 og z;2 slik at (3) z;1 og z;2 er faktisk eksisterende saksforhold og hvor vi dessuten har: (4) G;1 i L stemmer overens med z;1 relativt til v og G;2 i L stemmer overens med z;2 relativt til verditilordningen v. Fra (4) og Lemma 2 har vi at z;1 og z;2 er mulige saksforhold over D. Fra dette, (3) og definisjonen av faktisk eksisterende saksforhold følger at z;1 og z;2 er faktisk eksisterende saksforhold over D. Dette og Lemma 1 impliserer at z;1=z;2. Fra dette, (4) og KS2 følger så at G;1, såvel som G;2 er setninger i L

som er sanne relativt til verditilordningen v. Dette viser at kondisjonalen mot venstre i (T3) holder.
Ad (T4) Anta (Ax)G er en formel i L og at (1) (Ax)G er sann i L relativt til verditilordningen v. Dette innebærer i lys av KS2 at det finnes z der (1) z er et faktisk eksisterende saksforhold og hvor (2) (Ax)G er en formel i L som stemmer overens med z relativt til verditilordningen L. Fra dette og definisjonen av "overenstemmelse" følger at for alle aêD stemmer setningen G i L overens med z relativt til verditilordningen v(y/a). I lys av (1) følger herav at for alle aêD er det slik at det finnes et faktisk eksisterende saksforhold z slik at setningen G i L stemmer overens med z relativt til verditilordningen v(y/a). Dette i sin tur impliserer at for alle aêD er G en setning i L som er sann relativt til verditilordningen v(x/a). Dette viser at kondisjonalen mot høyre i (T4) holder. Anta på den annen side at for alle aêD er G en setning i L som er sann relativt til verditilordningen v(x/a). I lys av KS2 innebærer dette at (3) for alle aêD er det slik at det finnes et faktisk eksisterende saksforhold z slik at setningen G i L stemmer overens med z relativt til verditilordningen v(y/a). Siden D er ikke-tom følger at det finnes noe a;0êD. Fra dette og (3) følger det at det finnes z;0 slik at (4) z;0 er et faktisk eksisterende saksforhold og hvor (5) setningen G i L stemmer overens med z;0 relativt til verditilordningen v(y/(a;0)). La nå a være et vilkårlig element i D. Fra (3) har vi da at (6) det finnes et faktisk eksisterende saksforhold z;1 slik at setningen G i L stemmer overens med z;1 relativt til verditilordningen v(y/a). Fra (5), (6) og Lemma 2 følger at z;0,z;1 er faktisk eksisterende saksforhold over D. Dette og Lemma1 impliserer i sin tur at z;0=z;1. Fra (6) har vi derfor at setningen G i L stemmer overens med z;0 relativt til verditilordningen v(y/a). Siden a var vilkårlig har vi nå vist at for alle aêD har vi at setningen G i L stemmer overens med z;0 relativt til verditilordningen v(x/a). Dette innebærer i lys av vår definisjon av overenstemmelse at setningen (Ax)G i L stemmer med z;0 relativt til v. Men siden z;0 var et faktisk eksisterende saksforhold følger da i lys av KS2 at setningen (Ax)G i L er sann relativt til verditilordningen v. Dette viser at kondisjonalen mot venstre i (T4) holder. Dette avslutter forøvrig vårt bevis for Teorem 1. **QED**

Imidlertid har vi også at det omvendte til satsen ovenfor holder:

> **Teorem 2** Gitt definisjonene nevnt tidligere og at de følgende teser holder generelt:
> (T1) Er F=G(x;1,..,x;n) en atomær setning i L har vi at F er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis <v(x;1),...,v(x;n)>ê Ekst(G)
> (T2) Er G en setning i L har vi at ¬G er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis det ikke er slik at G er sann i L relativt til verditilordningen v
> (T3) Er G;1,G;2 to setninger i L har vi at G;1&G;2 er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis G;1 er sann i L relativt til v og G;2 er sann i L relativt til v
> (T4) Er F=(Ax)G en formel i L har vi at F er sann i L relativt til verditilordningen v hvis og bare hvis det gjelder for alle aêD at G er sann i L relativt til verditilordningen v(x/a)
> Da holder også tesen KS2

Siden tesene T1 - T4 virker svært plausible ser man i lys av disse to satser at man bør akseptere tese KS2 om disse aksepteres og man ellers aksepterer de definisjonene vi har nevnt. Våre eksplikasjoner av termene "saksforhold", "faktisk eksisterende saksforhold" og "overensstemmelse" synes derfor i høy grad å gjøre KS2 plausibel. Det første kravet vi stilte til de foreslåtte eksplikasjoner synes derfor å være oppfylt. Når det gjelder kravet (a) synes

det å fremgå tydelig at et saksforhold i den betydning som ble definert åpenbart ikke er noen rent språkelig størrelse. Saksforhold har tydeligvis en utenom-språkelig karakter. I tillegg til satsene ovenfor kan man vise den følgende sats:

> **Teorem 3** Er F;1 og F;2 to setninger i språket L som er predikatlogisk sett ekvivalente har man for alle verditilordninger v for L at hvis s er et saksforhold som setningen F;1 i L relativt til verditilordningen v stemmer overens med så er s også et saksforhold som setningen F;2 i L relativt v stemmer overens med og omvendt.

Dette viser at også kravet (b) er oppfylt. Når det gjelder kravet (c) ovenfor synes det rimelig å hevde at det er en åpenbar strukturell likhet mellom atomære setninger og det vi kalte for elementære saksforhold.